

Układy równań drugiego stopnia- zastosowania

Przykład 1

Wyznacz **najmniejszą** i **największą** wartość funkcji kwadratowej postaci $f(x) = ax^2 + bx + c$ w przedziale $\langle p, q \rangle$.

Sposób postępowania podczas rozwiązania zadania:

1. Sprawdzamy współczynnik kierunkowy funkcji $f(x)$:

Jeśli $a > 0$ ramiona paraboli są skierowane do góry i funkcja w wierzchołku osiąga minimum.

Jeśli $a < 0$ ramiona paraboli są skierowane na dół i funkcja w wierzchołku osiąga maksimum.

2. Współrzędne wierzchołka (x_w, y_w) obliczamy wyznaczając wartości $x_w = -\frac{b}{2a}$ oraz $y_w = f(x_w)$.

Jeśli $x_w \in \langle p, q \rangle$ to oznacza że:

$f(x_w)$ dla $a < 0$ jest wartością największą w przedziale $\langle p, q \rangle$, a wartość najmniejszą wyznaczamy na krańcach przedziału, obliczamy $f(p)$ oraz $f(q)$ i wybieramy mniejszą wartość.

$f(x_w)$ dla $a > 0$ jest wartością najmniejszą w przedziale $\langle p, q \rangle$, a wartość największą wyznaczamy na krańcach przedziału, obliczamy $f(p)$ oraz $f(q)$ i wybieramy większą wartość.

3. Jeżeli $x_w \notin \langle p, q \rangle$ wówczas wyznaczamy wartości funkcji na krańcach przedziału tj. $f(p)$ i $f(q)$, które będą jednocześnie największą i najmniejszą wartością funkcji w przedziale $\langle p, q \rangle$.

4. Wartości funkcji można również potwierdzić odczytując z wykresu wartość największą i najmniejszą w przedziale.

Ćwiczenie 1

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = -3x^2 - 3x - 1$ w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$.

Ćwiczenie 2

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$ w przedziale $\langle p, q \rangle$.

Podaj współczynniki funkcji kwadratowej a, b, c oraz granice przedziału p i q :