

# Przekształcenia wykresu funkcji homograficznej

Funkcję postaci  $\frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie  $c \neq 0$ , określoną dla  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$  nazywamy **funkcją homograficzną**.

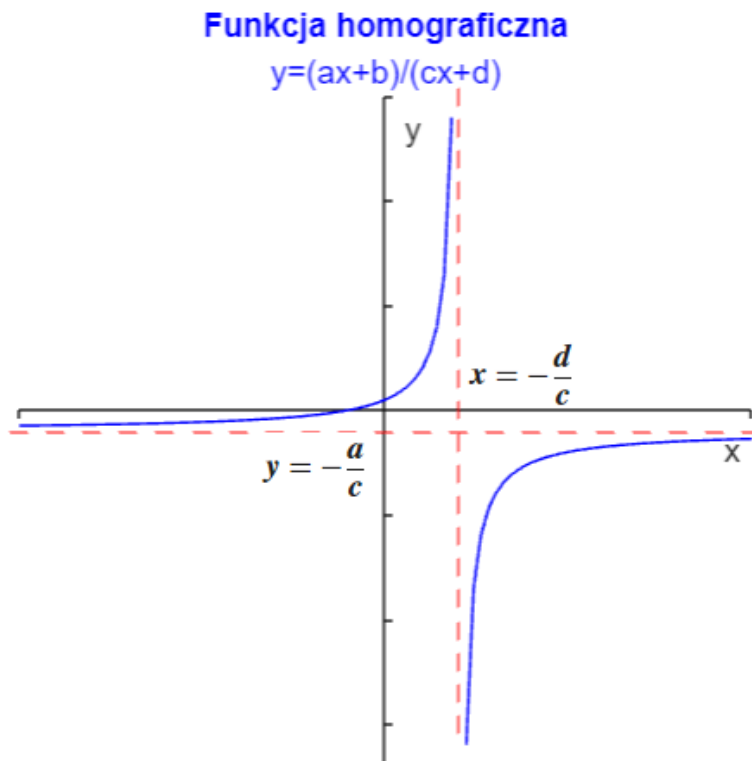
Jeżeli  $ad - bc \neq 0$  to nie jest to funkcja stała. Podaną w definicji postać wzoru funkcji homograficznej nazywamy postacią ogólną.

**Dziedziną** funkcji homograficznej jest zbiór  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$ .

**Zbiorem wartości** tej funkcji jest zbiór  $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{a}{c}\right\}$ .

Prosta o równaniu  $x = -\frac{d}{c}$  jest **asymptotą pionową** wykresu funkcji.

Prosta o równaniu  $y = -\frac{a}{c}$  jest **asymptotą poziomą** wykresu funkcji.

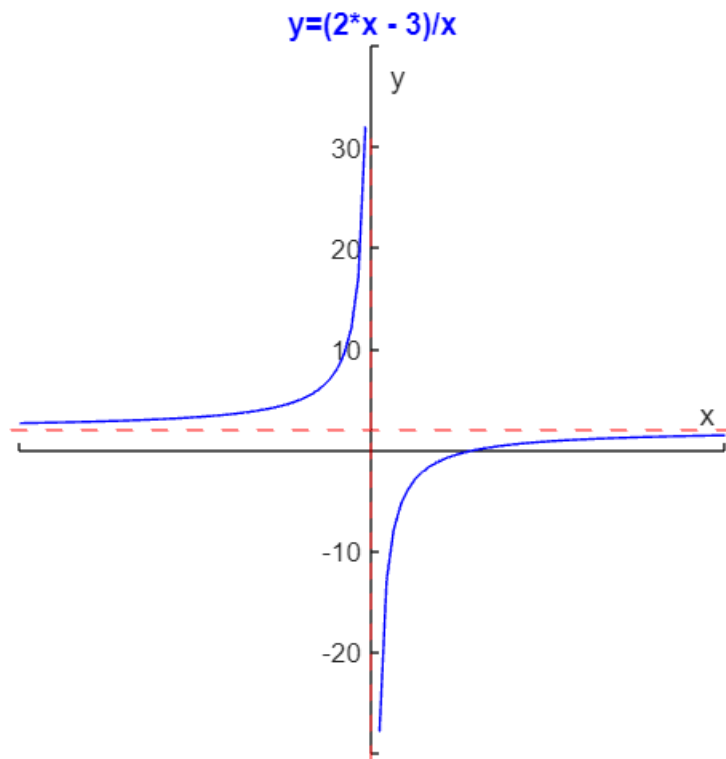


## Ćwiczenie 1

Podaj współczynniki  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  i narysuj wykres funkcji homograficznej postaci  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ .

Określ dla podanych poniżej funkcji ich dziedzinę, zbiór wartości oraz asymptoty pionową i poziomą.

a)  $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ , b)  $f(x) = \frac{3x+1}{x+1}$ , c)  $f(x) = \frac{-3x+2}{x}$



Dziedzina :  $\mathbb{R} - \{0\}$

Zbiór wartości:  $\mathbb{R} - \{2\}$

Równanie asymptoty pionowej:  $x=0$

Równanie asymptoty poziomej:  $y=2$

## Ćwiczenie 2

Określ dziedzinę oraz zbiór wartości i narysuj wykres funkcji  $f$ .

a)  $f(x) = \left| \frac{1}{x} + 1 \right|$

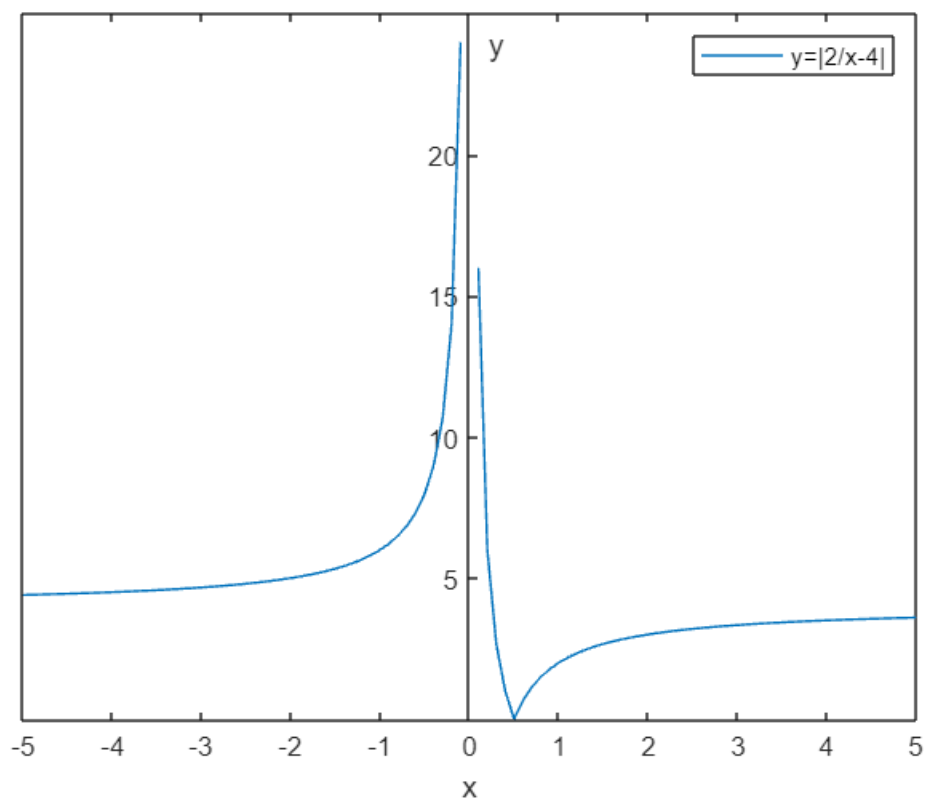
b)  $f(x) = \left| \frac{2}{x} - 4 \right|$

c)  $f(x) = \left| -\frac{2}{x} + 3 \right|$

d)  $f(x) = -\left| \frac{2}{x} + 4 \right|$

e)  $f(x) = \frac{1}{|x|} - 3$

f)  $f(x) = \dots$

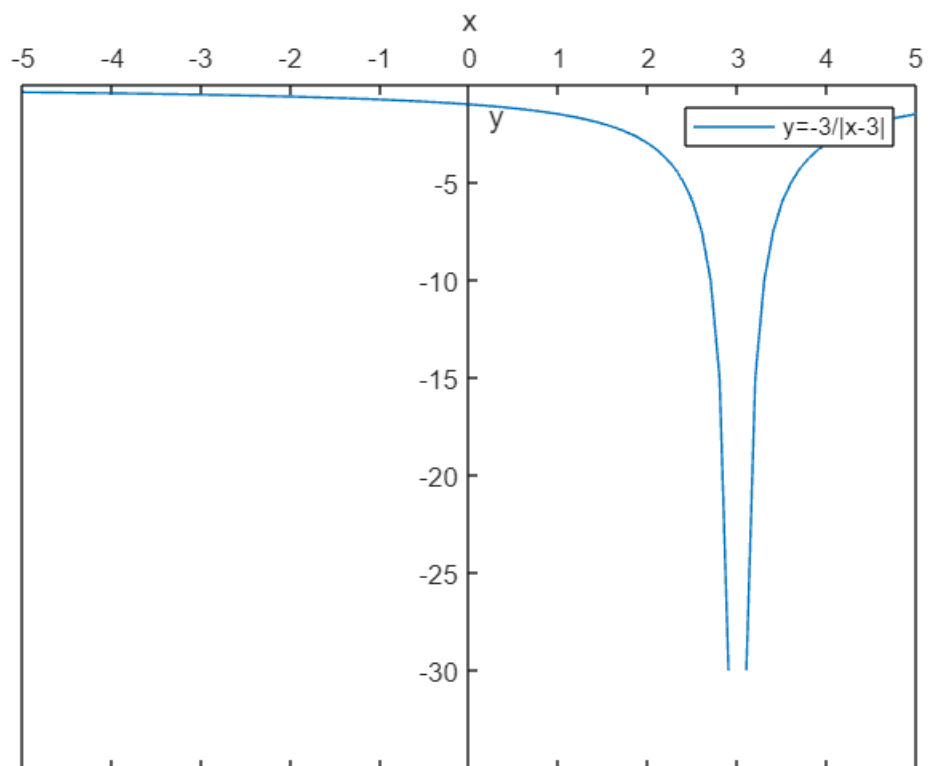


Dziedzina  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , Zbiór wartości  $\mathbb{R}\{+}$

### Ćwiczenie 3

Narysuj wykres funkcji  $f$  i podaj jej przedziały monotoniczności:

$$a) f(x) = \frac{1}{|x+2|} - 4 \quad b) f(x) = \frac{-3}{|x-3|} \quad c) f(x) = \left| \frac{x-1}{x+3} \right| \quad d) f(x) = \left| \frac{-1-x}{x-1} \right| \quad e) f(x) = \frac{-2}{|x-1|} + 3$$



Funkcja maleje w przedziale  $(-\infty, 3)$  i rośnie w przedziale  $(3, \infty)$